

Travaux Dirigés (Texte 1, durée 6h)

I. Rayonnement du corps noir, constante de Planck

1. Qu'appelle-t-on rayonnement du corps noir et catastrophe ultraviolette ?
2. Rappeler comment l'introduction de la constante de Planck a permis d'interpréter correctement le spectre d'émission du corps noir.

Avec un spectromètre on mesure le spectre des photons émis par le soleil ; on trouve un spectre proche de celui d'un corps noir avec un maximum à la longueur d'onde $\lambda = 0.502\mu\text{m}$. On rappelle l'expression de la fonction de Planck en fonction de la longueur d'onde λ et de la température T

$$B(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{E_\lambda}{k_B T}} - 1} \quad \text{où} \quad E_\lambda = \frac{hc}{\lambda}, \quad k_B \text{ est la constante de Boltzmann et } h \text{ la constante de Planck}$$

Planck

3. Quelle est la dimension de la grandeur physique $B(\lambda, T)$?
4. En posant $x = \frac{E_\lambda}{k_B T}$ montrer que la fonction de Planck passe par un maximum lorsque
$$x = 5(1 - e^{-x})$$
5. La solution (numérique) de cette équation est $x = 4.96511423$. En déduire la loi de Wien :

$$\lambda_m T = 0.29 \text{ cm K}$$

6. Calculer la température T_\odot associée au spectre du soleil.

II. Effet photoélectrique :

La cathode d'une cellule photoélectrique est recouverte d'une couche de césium. Le seuil photoélectrique du Césium est $\lambda_0 = 0.662 \mu\text{m}$.

PHOTOÉMISSION ET POTENTIEL D'ARRÊT

1. Quelle est la fréquence seuil ?
2. Si on éclaire la photo-cathode avec une radiation $\lambda = 0,7 \mu\text{m}$, que se passe-t-il ?
3. Quelle est l'énergie minimale W_s , exprimée en Joules puis en électron-volt qui est nécessaire pour extraire un électron de la photo-cathode ?
4. Si la cathode est éclairée par un rayonnement monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,560 \mu\text{m}$, quelle est la vitesse maximale d'un électron au sortir de la cathode ?
5. Quel potentiel faut-il appliquer à la photo-cathode pour annuler le courant d'électrons ?

RENDEMENT QUANTIQUÉ

1. Quelle est l'expression du rendement quantique, probabilité qu'un électron de fréquence ν de provoquer l'émission d'un électron ?

2. On considère que lorsque la tension est suffisante, l'intensité devient indépendante du potentiel accélérateur et atteint une vitesse limite i_s appelée courant de saturation. Pour un métal donné i_s est proportionnel à ϕ : $i_s = k(\nu) \phi$, où $k(\nu)$ est la sensibilité énergétique de la photocathode et ϕ est le flux photonique (énergie lumineuse transportée par seconde). Par quelle relation sont liés le rendement quantique et la sensibilité énergétique ?

III. Spectre de l'atome d'Hydrogène, Série de Balmer

Le spectre d'émission de l'atome d'hydrogène est constitué, dans sa partie visible, de quatre raies notées H_α , H_β , H_γ , H_δ de longueurs d'onde respectives dans le vide : 656,27 nm, 486,13 nm, 434,05 nm et 410,17 nm.

1. Sachant que les raies émises sont bleue, indigo, rouge et violette, restituer à chaque radiation sa couleur.
2. En 1885, le physicien suisse Johann Balmer remarque que les longueurs d'onde λ (exprimées en nm) de ces quatre radiations satisfont à une relation empirique :

$$\lambda = \lambda_0 \frac{k^2}{k^2 - 4} \quad \text{avec} \quad \lambda_0 = 364,6 \text{ nm} \quad \text{et} \quad k \in \mathbb{N}$$

- a) Indiquer la plus petite valeur possible de k . En déduire la longueur d'onde de la raie correspondante.
 - b) Quelles valeurs doit prendre k pour retrouver les autres raies visibles du spectre ?
3. Nous savons aujourd'hui que les niveaux d'énergie quantifiés de l'atome d'hydrogène sont donnés (en eV) par la relation :

$$E_n = \frac{E_0}{n^2} \quad \text{avec} \quad E_0 = -13,6 \text{ eV} \quad \text{et} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

- a) Que représente E_0 pour l'atome d'hydrogène ?
- b) Etablir, en fonction de n , l'expression de la fréquence $\nu_{n,2}$ des radiations émises lorsque cet atome passe d'un niveau excité $n > 2$ au niveau excité $n = 2$.
- c) Retrouver l'expression empirique de Balmer donnée à la question 2.
- d) A quelle transition correspond l'émission de la radiation de longueur d'onde λ_0 ?
- e) Tracer le diagramme représentant les transitions entre les différents niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène pour les quatre raies H_α , H_β , H_γ , H_δ de la série de Balmer.

4. Excitation-déexcitation de l'atome d'hydrogène

- a) A quelle valeur de n correspond le niveau fondamental de l'atome d'hydrogène ?
- b) Quelle est l'énergie cinétique minimale (exprimée en eV) d'un électron projectile capable de provoquer par choc l'excitation d'un atome d'hydrogène de son niveau fondamental à son deuxième niveau excité ?
- c) Sous quelle différence de potentiel minimale V cet électron projectile, initialement au repos, a-t-il été accéléré ?
- d) L'atome d'hydrogène précédemment excité revient à son niveau fondamental avec émission de deux photons. Déterminer les longueurs d'onde de ces deux photons.

IV. Modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène

Dans le modèle de l'atome de Bohr l'électron tourne autour du proton en subissant son attraction due à la force électrostatique.

1. Appliquer la loi fondamentale de la dynamique pour trouver la relation vitesse-rayon de trajectoire.
2. Introduire le postulat de quantification du moment cinétique.
3. En déduire la quantification des rayons de trajectoires $r_n = n^2 a_B$ et des vitesses $v_n = v_B/n$ où n est un nombre quantique entier positif et a_B et v_B des grandeurs que l'on définira. Calculer les valeurs de a_B et v_B .
4. Quelle est la dimension de la grandeur physique $\lambda_B = \frac{h}{m v_B}$ où h est la constante de Planck et m la masse de l'électron. Calculer sa valeur.
5. Définir la longueur d'onde de De Broglie associée à l'électron. Donner son expression en fonction de λ_B pour chaque « orbite » n . On la notera λ_n .
6. Calculer λ_n/r_n en fonction du rapport λ_B/a_B . Que vaut le rapport λ_B/a_B ? Quelle relation simple entre la circonférence de la trajectoire de l'électron et la longueur d'onde de De Broglie associée peut-on déduire?
7. En examinant la variation de ce rapport en fonction de n , que peut-on dire des orbites correspondant à des grands nombres quantiques? Justifier leur dénomination d'états quasi classiques.
8. Calculer le produit du rayon d'orbite r_n par l'impulsion p_n . Interpréter cette relation.

Constante de Planck $h = 6,62607015 \times 10^{-34}$ J.s

Vitesse de la lumière dans le vide $c = 299792458$ m.s⁻¹

Travaux Dirigés (Texte 2, durée 3h)

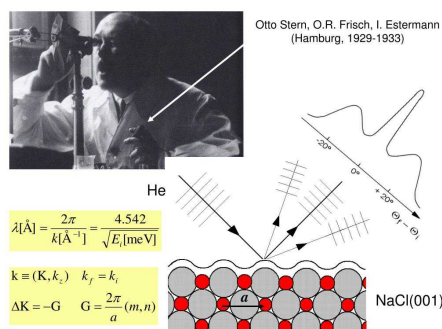
I – Science fiction

Monsieur Martin a une masse de 80 kg , et vit dans un monde imaginaire, Quantumland, où la constante de Planck vaut $h = 100 \text{ J s}$. Il se trouve dans son salon, une pièce carrée de $5\text{m} \times 5\text{m}$ qui possède deux portes de 70 cm de largeur, situées sur le même mur à une distance de 2m .

1. Calculer la longueur d'onde de Broglie associée à Mr Martin sachant qu'il se déplace à une vitesse de 1 ms^{-1} .
2. Mr Martin peut-il se reposer dans son fauteuil (celui-ci fait $1\text{m} \times 1\text{m}$)?
3. Quel phénomène subit Mr Martin lorsqu'il franchit une de ses portes pour se rendre dans la pièce voisine ?
4. Pour aller chercher un objet dans la pièce voisine, doit-il laisser une ou les deux portes ouvertes?
5. Mr Martin a des diamants de $1 \text{ carat} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$ dans une boîte cubique de 20 cm de côté. Peut-il contempler ses diamants en ouvrant la boîte ? A quelle vitesse vont-ils jaillir de celle-ci?
6. Répondre aux mêmes questions pour notre monde dans lequel la constante de Planck vaut $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$.

II. Ondes d'atomes

En 1931, Stern, Frisch et Estermann (Nobel 1943) ont utilisé un jet d'atomes d'hélium pour bombarder la surface de cristaux de NaCl et LiF ; ce dernier a un paramètre de maille $a = 4.03 \text{ \AA}$. La température du jet était de 400 K .



1. Calculer l'énergie moyenne des atomes ainsi que leur vitesse quadratique moyenne.
2. Calculer l'ordre de grandeur de la longueur d'onde associée. Pouvaient-ils observer une figure de diffraction?
3. Quelle doit être l'énergie des électrons donnant la même longueur d'onde? Quelle serait leur vitesse? Sont-ils relativistes? Sous quelle différences de potentiel faut-il les accélérer?

4. Si c'était des neutrons, quelle serait leur vitesse et leur énergie? Pourrait-on utiliser les neutrons thermalisés produits par un réacteur nucléaire?

III. Mesure de la polarisation d'un photon

Une onde lumineuse plane, monochromatique se dirigeant suivant l'axe Oz et rencontre un analyseur A dont l'axe de transmission est l'axe Ox. L'onde est polarisée linéairement dans le plan Oxy et on désigne par e_p la direction de son champ électrique, c.a.d sa polarisation. $\theta = \widehat{(e_p, e_x)}$ est l'angle entre la polarisation de l'onde et l'axe de l'analyseur. Un détecteur est placé après l'analyseur A.

En physique classique la polarisation de l'onde incidente est bien déterminée dans le sens où sa direction par rapport à l'axe de l'analyseur est fixée d'avance. La description classique de cette expérience, valable pour une grande intensité I de l'onde incidente, indique que l'intensité I_t de l'onde transmise par l'analyseur et détectée par le détecteur est donnée par la loi de Malus

$$I_t = I \cos^2(\theta)$$

A très faible intensité de l'onde incidente, les photons arrivent sur l'analyseur un à un. En physique quantique l'état de polarisation de chaque photon n'est pas déterminé avant la mesure.

1. Quels sont les résultats possibles de mesure réalisés par l'analyseur A et le détecteur D ?
2. Quels sont les états propres de polarisation du photon associés à ces résultats de mesure ?
3. Ecrire l'état de polarisation du photon incident en fonction de ces états propres de polarisation et de l'angle θ . Vérifier qu'il est normé.
4. Quelle est la probabilité d'obtenir chacun des résultats de mesure.
5. L'interprétation quantique de cette expérience est-elle en accord avec la loi de Malus ?

Constante de Boltzman : $k_B = 1,380649 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

Constante de Planck $h = 6,62607015 \times 10^{-34} \text{ J.s}$

Vitesse de la lumière dans le vide $c = 299792458 \text{ m.s}^{-1}$